TITLE:
1つのL SchemeにおけるLocally Catenative Systemについて (数理情報科学の基礎理論と応用)

AUTHOR(S):
関, 成子; 小渕, 洋一

CITATION:
関, 成子 ...[et al]. 1つのL SchemeにおけるLocally Catenative Systemについて (数理情報科学の基礎理論と応用). 数理解析研究所講究録 1981, 421: 134-148

ISSUE DATE:
1981-03

URL:
http://hdl.handle.net/2433/102545

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ
KURENAI 紅
Kyoto University Research Information Repository

数理解析研究所講究録
421巻 1981年 134-148

1つのL schemeにおける locally catenative system について

京大 理学部 関 成子
小渕洋一

1、はじめに

L schemeは有限なアルファベットΣから生成される自由モノイドΣ^*からそれ自身への準同型写像hを定義するものであり、L systemは、L schemeにおいてΣ^*のある元(axiom)を与え、その元に写像hを繰り返し適用することにより生成されるΣ^*の元の列を問題にするものである。

L systemに関する研究はここ10年程隆盛を極め、種々のsystemや様々な性質について調べられた。中でも興味深い性質は、locally catenative(l.c.と略す)と呼ばれるもので、それは、何回かhを適用した時点で生成されたΣ^*の元が、それまでに生成されたΣ^*の元を連接したものとして表現でき、以降に生成されるΣ^*の元についても同じ関係が成立するというものである。我々は既に、このl.c.な性質を持つL systemは、特別な型のL systemが埋め込まれること

により特徴づけられることを示した。[1] その特別な型のL systemの元になるL schemeは、任意の1記号から出発するsystemがl.c.となるstandard l.c. L schemeと呼ばれるものである。このL schemeの1記号から出発するL systemが符号化による対応により埋め込まれる時、L systemはl.c.となることがわかっている。そこで我々は、対象をこのstandard l.c. L schemeに限定して、l.c.な性質をより深く探求したいと考えている。

一般に1つのL schemeが与えられた時、あるaxiomから出発したL systemがl.c.でも、別のaxiomから出発したL systemがl.c.になるとは限らない。また、いずれもがl.c.となった場合でも成立している関係式が同じとは限らない。我々はこの報告で、standard l.c. L schemeにおいて1記号以外から出発するL systemがl.c.となる条件、その時のaxiom，関係式等について述べたい。

2. 定義と準備

以下においてN_i, N_i^jはそれぞれi以上の整数、i以上j以下の整数を表わすことにする。Aを記号の有限集合とする時、Aから生成される自由モノイドをA^*で表わす。A^*の単位元をλとして、$A^+ = A^* - \{\lambda\}$とおく。A^*の元xの長

さを $|x|$ で表わす。また $\mathrm{Pref}_k(x)$ ($\mathrm{Suff}_k(x)$) で長さ k の x の prefix (suffix) を表わす。

ここで扱う L system は、特にそのことを明記しないが、総て決定性で、セル間に相互作用のない系である.

定義1. (L scheme)

L scheme S は2項組 $\langle \Sigma, h \rangle$ で表わされ、Σ は有限なアルファベット、h は Σ^* から Σ^* への準同型写像である。h を S の生成関数という。

定義2. (L system)

L system G は、3項組 $\langle \Sigma, h, \omega \rangle$ で表わされ、$\langle \Sigma, h \rangle$ は L scheme, ω は Σ^* の元である. ω, $h(\omega)$, $h^2(\omega)$, $\cdots$ を G が生成する列と呼び、$\mathcal{E}(G)$ と書く. $\langle \Sigma, h \rangle$ を G の元になる L scheme と呼ぶ。ω を axiom と言う。

定義3. (locally catenative L system)

L system G が生成する列 $\mathcal{E}(G)$ を $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \cdots$ とする。G が cut p で $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ locally catenative (l.c. と略す) であるとは、N_p の任意の元 t に対し $\omega_t = \omega_{t-i_1}\omega_{t-i_2}\cdots\omega_{t-i_k}$ が成立することである。但し $k \in N_2$, $p, i_1, i_2, \cdots, i_k \in N_1$ とする。$\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ を G の l.c. 関係式と呼ぶ。cut p を特に明記しないこともある。

定義4. (standard l.c. L scheme)

L scheme S が standard $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ l.c. L scheme であるとは、$S = \langle \Sigma_n, h \rangle$ と表わされ、

$$n = \max.\{i_1, i_2, \cdots, i_k\}, \quad \Sigma_n = \{0, 1, \cdots, (n-1)\},$$

$$h(i) = i + 1 \qquad i \in N_0^{n-2}$$

$$h(n-1) = (n-i_1)(n-i_2)\cdots(n-i_k)$$

となっていることである。但し $i_1, i_2, \cdots, i_k \in N_1$。$\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ を特に明記しない時もある。L system $\langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$ を standard l.c. L scheme S の main L system と呼ぶ。

l.c. L system と standard l.c. L scheme との間には、次の関係があることがわかっている。

<u>定理1</u>、[1]

L system $G = \langle \Sigma, h \rangle$ が $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ l.c. であることは次のことと同値である。

standard $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ l.c. L scheme $S = \langle \Sigma_n, h' \rangle$ と λ-free 準同型写像 $\gamma : \Sigma_n \to \Sigma^+$ が存在して、$\mathcal{E}(G')$ の任意の元 x に対して $h(\gamma(x)) = \gamma(h'(x))$ が成り立つ。但し、$G' = \langle \Sigma_n, h', 0 \rangle$。

すなわち、L system G が $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ l.c. であるということは、その生成列 $\mathcal{E}(G)$ が、本質的に standard $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ l.c. L scheme の main L system の構造を持つことである。

従って、axiom を適当に選ぶことによって l.c. な L system を持つことができる L scheme の構造を研究するための手がかりとして standard l.c. L scheme の構造を研究するのは、自然なことであると思われる。

<u>命題 1.</u> [2]

任意の standard l.c. L scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ の生成関数 h は単射である。

<u>命題 2.</u> [2, 3]

その生成関数が単射であるような L scheme において、ある axiom に対する L system が $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ l.c. であれば、その cut は $\max.\{i_1, i_2, \cdots, i_k\}$ とできる。

以後 standard l.c. L scheme において、main L system 以外の L system が l.c. となる条件を求めていくが、その時の axiom について次のことがわかっている。

<u>命題 3.</u>

standard l.c. L scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ を元になる L scheme とする L system $G = \langle \Sigma_n, h, \omega_0 \rangle$ が l.c. ならば、ω_0 は $\mathcal{E}(G')$ に現われる Σ_n^+ の元の部分列である。但し $G' = \langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$。

（証明）

G が $\langle j_1, j_2, \cdots, j_\ell \rangle$ l.c. で $\mathcal{E}(G) = \omega_0, \omega_1, \cdots$ とする。命題 1, 2 より cut g は $\max.\{j_1, j_2, \cdots, j_\ell\}$ とることができ

る。よって $\omega_g = \omega_{g-j_1}\omega_{g-j_2}\cdots\omega_{g-j_l}$ で、ある $l' \in N_1^l$ が存在して $j_{l'} = g$。すなわち $\omega_{g-j_{l'}} = \omega_0$。 $\omega_0 = b_1 b_2 \cdots b_p$ ($b_i \in N_0^{n-1}$ $1 \le i \le p$) とおく。$h^m(b_1)$ は ω_m の prefix であり、しかも $\mathcal{E}(G')$ に現われる。$|h^m(b_1)| \ge |\omega_g|$ でかつ $m-g$ が j_1 の倍数であるような m を考えると、$h^m(b_1)$ は部分列として ω_0 を含む。■

3. 記号列の並列分解

ここで、standard l.c. L scheme において main L system 以外の L system が l.c. となる1つの十分条件を与える。

定義5. (記号列の並列分解)

L scheme $S = \langle \Sigma, h \rangle$ において $x \in \Sigma^+$ が並列分解可能であるとは、$x = \omega_1\omega_2\cdots\omega_m$ ($\omega_i \in \Sigma^+$, $m \in N_2$) と書け、ある $i_0 \in N_1^m$ に対し、任意の $i \in N_1^m$ が $h^{g_i}(\omega_{i_0}) = \omega_i$ となる $g_i \in N_0$ をもつことである。ω_i を (x の並列分解の) 成分、g_i を ω_i の深さと呼ぶ。

定理2.[2]

standard l.c. L scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ の main L system $\langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$ を G とし、$\mathcal{E}(G) = 0, 1, \cdots, n-1, \omega_n, \omega_{n+1}, \cdots$ とする。ある ω_p が並列分解可能なら、その成分を axiom とする L system は l.c. である。その時の l.c. 関係式は ω_p における

l.c.関係式を入れ替えたものになっている。

（証明略）

4. 擬周期的L scheme

ここではまた別の、standard l.c. L scheme が main L system 以外で l.c. L system を持つ十分条件を示す。

定理3.

standard $\langle b_0, b_1, b_1+c, \cdots, b_1+rc, b_2, b_2+c, \cdots, b_2+rc, \cdots, b_p, b_p+c, \cdots, b_p+rc \rangle$ l.c. L scheme $S=\langle \Sigma_n, h \rangle$ は、$r \in N_1$,

$$^{\exists}t_i \ (0 \leqq i \leqq p) \in N_0$$

$$b_0 - b_1 + c = t_0 b_0, \quad b_p + rc = t_p b_0$$

$$b_i - b_{i+1} + (r+1)c = t_i b_0 \qquad 1 \leqq i \leqq p-1$$

の時、l.c. L system $G=\langle \Sigma_n, h, (rc)\cdot(r-1)c \cdots\cdots c \cdot 0 \rangle$ を持つ。

また、これを逆転させた standard l.c. L scheme についても同様のことが言える。

（証明）

$\mathcal{E}(G) = \omega_0, \omega_1, \cdots$ とおく。以下、簡単のために $1 \leqq i \leqq p$ について $(n-b_i)(n-b_i-c)\cdots(n-b_i-rc)$ を $\underline{n-b_i}$ で表わすことにする。先に定理に必要な補題を示す。

補題3−1.

$g \in N_{n-1}$ について

$$w_g = h^{g-n+1+rc}(n-1)\, h^{g-n+1+(r-1)c}(n-1) \cdots h^{g-n+1+c}(n-1)\, h^{g-n+1}(n-1)$$

<u>補題3−2</u>.

$m \in N_0$, $t \in N_1^{b_0}$ について

$$h^0(n-1) = n-1$$

$$\begin{aligned} h^{mb_0+t}(n-1) = (n-b_0+t-1)\ & h^{t-1}(\underline{n-b_1}) \cdots h^{t-1}(\underline{n-b_p}) \\ & h^{b_0+t-1}(\underline{n-b_1}) \cdots h^{b_0+t-1}(\underline{n-b_p}) \\ & \cdots \\ & h^{mb_0+t-1}(\underline{n-b_1}) \cdots h^{mb_0+t-1}(\underline{n-b_p}) \end{aligned}$$

<u>補題3−3</u>.

$i \in N_1^p$, $m \in N_{b_i+rc}$ について

$$h^m(\underline{n-b_i}) = h^{m-b_i+1}(n-1)\, h^{m-b_i+1-c}(n-1) \cdots h^{m-b_i+1-rc}(n-1)$$

<u>定義6</u>.

Σ_n^+ の元 w は、ある w_g の部分列になり、しかも $w = w_{g-j_1} w_{g-j_2} \cdots w_{g-j_l}$ （$l \in N_1$, $1 \le i \le l$ について $j_i \in N_1^g$）と書き表わせる時、w_g において分割可能という。

<u>補題3−4</u>.

$h^{m_1}(n-1)\, h^{m_2}(n-1) \cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ は、$1 \le i \le r$ について $m_{i+1} - m_i + c = t_i b_0$ なる $t_i \in N_0$ が存在する時、w_g の真の部分列ならば w_g において分割可能である。

（証明）

まず $h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r-1)c}(n-1)h^{m_{r+1}}(n-1)$ が ω_q の真の部分列ならば ω_q において分割可能であることを示す。条件より $m_{r+1}-m_1+rc=tb_0$ となる $t\in N_0$ が存在することがわかる。

$$
\begin{aligned}
&h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r-1)c}(n-1)h^{m_{r+1}}(n-1)\\
&=h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r-1)c}(n-1)h^{m_1-rc}(n-1)\\
&\quad h^{m_1-rc+b_0-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{m_1-rc+b_0-1}(\underline{n-b_p})h^{m_1-rc+2b_0-1}(\underline{n-b_1})\\
&\quad\cdots h^{m_1-rc+2b_0-1}(\underline{n-b_p})\cdots h^{m_{r+1}-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{m_{r+1}-1}(\underline{n-b_p})
\end{aligned}
$$

補題3－1より、これは、ω_q の真の部分列であれば、ω_q において分割可能である。

次に $r'\in N_1^{r-1}$ として $h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-r'c}(n-1)h^{m_{r'+2}}(n-1)h^{m_{r'+3}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ が ω_q の真の部分列であれば分割可能であることがわかっているとして、$h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r'-1)c}(n-1)h^{m_{r'+1}}(n-1)h^{m_{r'+2}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ も ω_q の真の部分列であれば分割可能になることを示す。条件より $m_{r'+1}-m_1+r'c=t'b_0$ なる $t'\in N_0$ が存在することがわかる。

$$
\begin{aligned}
&h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r'-1)c}(n-1)h^{m_{r'+1}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)\\
&=h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r'-1)c}(n-1)h^{m_1-r'c}(n-1)\\
&\quad h^{m_1-r'c+b_0-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{m_1-r'c+b_0-1}(\underline{n-b_p})\cdots\\
&\quad h^{m_{r'+1}-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{m_{r'+1}-1}(\underline{n-b_p})h^{m_{r'+2}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)
\end{aligned}
$$

$$= h^{m_1}(n-1)\, h^{m_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c}(n-1)$$

$$h^{m_1-r'c+b_0-b_1}(n-1)\, h^{m_1-r'c+b_0-b_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+b_0-b_1-rc}(n-1)$$

$$h^{m_1-r'c+b_0-b_2}(n-1)\, h^{m_1-r'c+b_0-b_2-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+b_0-b_2-rc}(n-1)$$

$$\cdots$$

$$h^{m_1-r'c+b_0-b_p}(n-1)\, h^{m_1-r'c+b_0-b_p-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+b_0-b_p-rc}(n-1)$$

$$h^{m_1-r'c+2b_0-b_1}(n-1)\, h^{m_1-r'c+2b_0-b_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+2b_0-b_1-rc}(n-1)$$

$$\cdots$$

$$h^{m_{r'+1}-b_p}(n-1)\, h^{m_{r'+1}-b_p-c}(n-1) \cdots h^{m_{r'+1}-b_p-rc}(n-1)$$

$$h^{m_{r'+2}}(n-1) \cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$$

ところで、$b_0-b_1+c=t_0b_0$ と帰納法の仮定により、$h^{m_1}(n-1)\, h^{m_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c}(n-1)\, h^{m_1-r'c+b_0-b_1}(n-1)\, h^{m_1-r'c+b_0-b_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+b_0-b_1-(r-r'-1)c}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。

$i\in N_1^{p-1}$ と $j\in N_1^{t'}$ に対して、$b_i-b_{i+1}+(r+1)c=t_ib_0$ と帰納法の仮定により $h^{m_1-r'c+jb_0-b_i-(r-r')c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+jb_0-b_i-rc}(n-1)\, h^{m_1-r'c+jb_0-b_{i+1}}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+jb_0-b_{i+1}-(r-r'-1)c}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。

$j\in N_1^{t'-1}$ に対して、$b_0-b_1+c=t_0b_0$ と $b_p+rc=t_pb_0$ と帰納法の仮定により、$h^{m_1-r'c+jb_0-b_p-(r-r')c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+jb_0-b_p-rc}(n-1)\, h^{m_1-r'c+(j+1)b_0-b_1}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+(j+1)b_0-b_1-(r-r'-1)c}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。

$m_{r'+2}-m_{r'+1}+c=t'_{r'+1}b_0$ と $b_p+rc=t_pb_0$ と帰納法の仮定に

より、$h^{m_1-r'c+t'b_0-b_p-(r-r')c}(n-1)\cdots h^{m_1-r'c+t'b_0-b_p-rc}(n-1)$
$h^{m_{r+2}}(n-1)h^{m_{r+3}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。

よって、$h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r'-1)c}(n-1)h^{m_{r+1}}(n-1)$
$h^{m_{r+2}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。■

（定理3の証明）

充分大きな g に対して

$$
\begin{aligned}
&\omega_g \\
&= h^{g-n+rc+1}(n-1)h^{g-n+(r-1)c+1}(n-1)\cdots h^{g-n+1}(n-1) \\
&= h^{g-n+rc+1-b_0}(n-1)h^{g-n+rc}(\underline{n-b_1})\cdots h^{g-n+rc}(\underline{n-b_p}) \\
&\quad h^{g-n+(r-1)c+1}(n-1)\cdots h^{g-n+1}(n-1) \\
&= h^{g-n+rc+1-b_0}(n-1)h^{g-n+rc+1-b_1}(n-1)\cdots h^{g-n+rc+1-b_1-rc}(n-1) \\
&\quad h^{g-n+rc+1-b_2}(n-1)\cdots h^{g-n+rc+1-b_2-rc}(n-1)\cdots \\
&\quad h^{g-n+rc+1-b_p}(n-1)\cdots h^{g-n+rc+1-b_p-rc}(n-1) \\
&\quad h^{g-n+(r-1)c+1}(n-1)\cdots h^{g-n+1}(n-1) \\
&= \{h^{g-n+rc+1-b_0}(n-1)h^{g-n+rc+1-b_1}(n-1)\cdots h^{g-n+rc+1-b_1-(r-1)c}(n-1)\} \\
&\quad \{h^{g-n+rc+1-b_1-rc}(n-1)h^{g-n+rc+1-b_2}(n-1)\cdots h^{g-n+rc+1-b_2-(r-1)c}(n-1)\} \\
&\quad \cdots \\
&\quad \{h^{g-n+rc+1-b_{p-1}-rc}(n-1)h^{g-n+rc+1-b_p}(n-1)\cdots h^{g-n+rc+1-b_p-(r-1)c}(n-1)\} \\
&\quad \{h^{g-n+rc+1-b_p-rc}(n-1)h^{g-n+(r-1)c+1}(n-1)\cdots h^{g-n+1}(n-1)\}
\end{aligned}
$$

補題3－4より、{ }で括った各部分は ω_g において分割可

能。よってω_gは l.c.関係式を満たす。Gは l.c.. ∎

定理3において$r=1$の場合には条件$b_p+rc=t_p b_0$が無くても定理が成り立つことがわかっている。

定理4.

standard $\langle b_0, b_1, b_1+c, b_2, b_2+c, \cdots, b_p, b_p+c\rangle$ l.c. L scheme $S=\langle \Sigma_n, h\rangle$は、

$$^{\exists}t_i\ (0\le i\le p-1)\in N_0$$

$$b_0-b_1+c=t_0 b_0$$

$$b_i-b_{i+1}+2c=t_i b_0 \qquad 1\le i\le p-1$$

の時、l.c. L system $G=\langle \Sigma_n, h, c0\rangle$を持つ。

また、これを逆転させた standard l.c. L scheme についても同様のことが言える。

(証明略)

定理3と4においては、$h(n-1)$の形を与えて、その部分列を axiom とした l.c. L system の存在を述べたが、定理2と同様に main L system に現われるある記号列の形が定理3や4の$h(n-1)$の形になっている時も同じことが言える。

5. 周期的L system

定義7. (周期的L system)

L system $G=\langle \Sigma, h, \omega\rangle$が周期的であるとは、$\alpha_1^{(r)}$

$\alpha_2^{(r)}\cdots\alpha_{\nu_r}^{(r)}\in\Sigma^+$ ($r\in N_0^{d-1}$) が存在して、任意の $p\in N_0$ に対して $\omega_p\in\mathcal{E}(G)$ は $(\alpha_1^{(r)}\alpha_2^{(r)}\cdots\alpha_{\nu_r}^{(r)})^+$ の元の部分列となることである。但し $d\in N_1$ で p を d で割った余りが r であるとする。

定義8、　（(n,c)－巡回的）

$\Sigma_n=\{0,1,\cdots,(n-1)\}$ を考える。$\omega\in\Sigma_n^+$ が (n,c)－巡回的（$c\in N_0^{n-1}$）であるとは、$\omega\in\Sigma_n$ または $\omega=\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_s$ ($s\in N_2$, $\alpha_i\in\Sigma_n$) で $\alpha_i+c\equiv\alpha_{i+1}\pmod n$ ($i\in N_1^{s-1}$) となることである。L system $G=\langle\Sigma,h,\omega_0\rangle$ が (n,c)－巡回的であるとは、$\Sigma=\Sigma_n$ で任意の $\omega_p\in\mathcal{E}(G)$ が (n,c)－巡回的となる事である。

補題5－1、[2]

standard l.c.L scheme $S=\langle\Sigma_n,h\rangle$ の main L system $G=\langle\Sigma_n,h,0\rangle$ を考える。この時次の二つの条件は同値である。

(1)　$h(n-1)$ が (n,c)－巡回的で $Pref_1(h(n-1))=Suff_1(h(n-1))=0$

(2)　G が (n,c)－巡回的

補題5－2、[2]

standard l.c.L scheme $\langle\Sigma_n,h\rangle$ の main L system $G=\langle\Sigma_n,h,0\rangle$ は、$h(n-1)$ が (n,c)－巡回的で $Pref_1(h(n-1))=Suff_1(h(n-1))=0$ ならば周期的である。

定理2，3，4で述べられたもの以外の standard l.c.L

schemeで、main L system とは別の l.c. L system を持つものがわかっている。それは $h(n-1)$ が (n,c)-巡回的で $\mathrm{Pref}_1(h(n-1)) = \mathrm{Suff}_1(h(n-1)) = 0$ となっている standard l.c. L schemeである。我々は、次のことが言えるのではないかと予想している。

予測

standard l.c. L scheme $S = \langle \Sigma_n, h \rangle$ において、$h(n-1)$ が (n,c)-巡回的でかつ $\mathrm{Pref}_1(h(n-1)) = \mathrm{Suff}_1(h(n-1)) = 0$ であるとする。この時任意の (n,c)-巡回的な記号列 $w_0 \in \Sigma_n^{+}$ に対して、$\langle \Sigma_n, h, w_0 \rangle$ は l.c. である。

上記の予測の特別な場合が定理3の系として言える。

命題4.

standard l.c. L scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ において、$h(n-1)$ が (n,c)-巡回的で $\mathrm{Pref}_1(h(n-1)) = \mathrm{Suff}_1(h(n-1)) = 0$, ある $r \in N_1$ に対して $n = (r+1)c$ とする。その時 $\langle \Sigma_n, h, 0 \cdot c \cdots (rc) \rangle$ は l.c. L system である。但し $r+1$ は $r+1$ の約数。

6. さいごに

standard l.c. L scheme で main L system 以外に l.c. L system が存在するための十分条件を示した。最後の予測になっている (n,c)-巡回的な L scheme も含めた3つの型が必要

条件にもなっているのではないかと考えている。定理3，4で新しくできた l.c. L system の l.c. 関係式は一般に元に比べて非常に複雑になっている。ある場合には元の関係式に γ 回代入を施したものの順序を入れ替えたものになっている。

7. 文献

1. Y. Kobuchi, Two characterization theorems of locally catenative developmental systems, Inform. Processing Lett., 6, 4 (1977), 120-124.
2. S. Seki, Cell Interactions and Local Catenativeness in L systems, Proc. of the 4-th IBM Symp. on Mathematical Foundations of Computer Science (1979).
3. G. Rozenberg & A. Salomaa, "The Mathematical Theory of L Systems," Academic Press (1980).
4. 小渕、関，L scheme で実現される l.c. formula について、昭和54年度通信学会全国大会 1200。
5. 関、小渕，1つの L scheme の中の l.c. system について、昭和56年度通信学会全国大会。